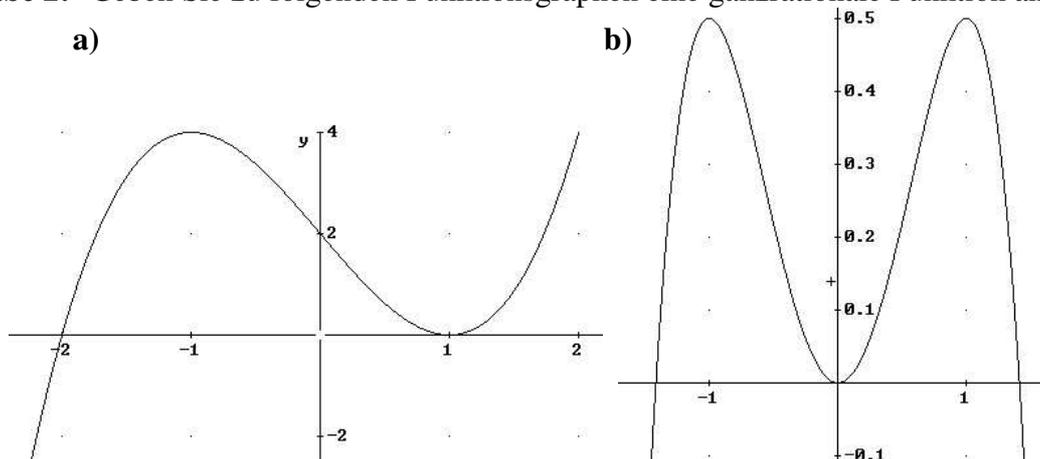


Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$.

- Weisen Sie nach, dass der Graph von f bei $x_0 = 1$ eine Nullstelle besitzt.
- Bestimmen sie alle weiteren Schnittpunkte des Graphen mit der x -Achse.
- Welche Symmetrieeigenschaft besitzt der Graph von f ? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Welches Verhalten zeigt sich für die Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow \pm \infty$? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2: Geben Sie zu folgenden Funktionsgraphen eine ganzrationale Funktion an.



- Aufgabe 3:**
- Skizzieren Sie den möglichen Verlauf einer Funktion, welche im Ursprung die Steigung 0 hat, deren Steigung zunehmend kleiner, schließlich wieder größer und schließlich sogar positiv wird. Markieren Sie anschließend die charakteristischen Punkte des Graphen (Hoch- und Tiefpunkt, Wendepunkt und Nullstellen).
 - Der lokale Tiefpunkt des Graphen aus a) habe die x -Koordinate $x = 2$. Bestimmen Sie den zugehörigen Funktionsterm der ganzrationalen Funktionsschar dritten Grades.
 - Berechnen Sie die Koordinaten der in a) markierten charakteristischen Punkte. [Sollten Sie in Teil b) keinen Funktionsterm berechnet haben, so lösen Sie diesen Aufgabenteil mit $f_a(x) = ax^3 - 3ax^2$.]

Aufgabe 4: Sei $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3k^2x$, $k > 0$ eine Funktionsschar.

- a) Erstellen Sie eine Wertetabelle für die angegebenen Funktionen im Bereich $-4 \leq x \leq 4$.

	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f_0									
f_1									
$f_{1,5}$									
f_2									

- Skizzieren Sie die Graphen von f_0, f_1, f_2 und $f_{1,5}$ in einem Koordinatensystem. (x -Achse: 1 Längeneinheit = 2cm; y -Achse 10 Längeneinheiten = 2cm)
- Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von f_k mit der x -Achse.
- Zeigen Sie, dass der Hochpunkt von f_k die Koordinaten $H(-2k|4k^3)$ besitzt!
- Geben Sie die Gleichung der Kurve an, auf der alle Hochpunkte der Kurvenschar liegen. Zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem aus Teilaufgabe b) ein.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1:

a) $f(1)=1-2-1+2=0$

b) $(x^3-2x^2-x+2):(x-1)=x^2-x-2$

$x^2-x-2=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow x_1=2 \text{ und } x_2=-1$

c) keine Symmetrie, da sowohl gerade als auch ungerade Exponenten auftauchen

d) Vorfaktor vor x^3 ist positiv. Exponent ist ungerade \Rightarrow für $x \rightarrow \infty$ geht $f(x) \rightarrow \infty$ und für $x \rightarrow -\infty$ geht $f(x) \rightarrow -\infty$.

Aufgabe 2:

a) $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.

y-Achsen Schnittpunkt $\Rightarrow d=2$

Extrempunkt bei $x=1 \Rightarrow 3a+c=0$

$\Rightarrow a=1 \text{ und } c=-3$

Wendepunkt bei 0 $\Rightarrow b=0$

Nullstellen $\Rightarrow a+c+2=0$ (und $-8a-2c+2=0$)

b) $f(x)=ax^4+bx^2+c$

Nullpunkt $\Rightarrow c=0$

$\Rightarrow a=-0,5 \text{ und } b=1$

Extrempunkt $\Rightarrow 4a+2b=0$ und $a+b=0,5$

Aufgabe 3: a) siehe rechts

b) $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.

Nullpunkt $\Rightarrow d=0$

Steigung 0 im Ursprung $\Rightarrow c=0$

Extrempunkt bei 2 $\Rightarrow 12a+4b=0 \Rightarrow b=-3a$

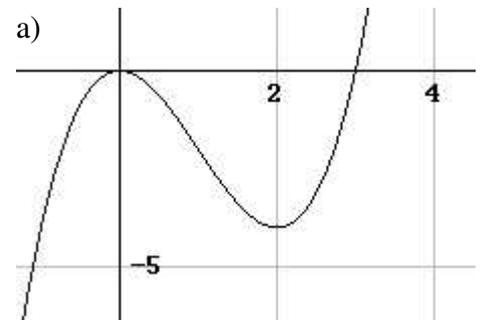
Insgesamt: $f_a(x)=ax^3-3ax^2$

c) Nullstellen: $f(x)=0 \Leftrightarrow x=0$ oder $x=3$

Extrempunkte: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$ oder $x=2$. $f(2)=-4a \Rightarrow$

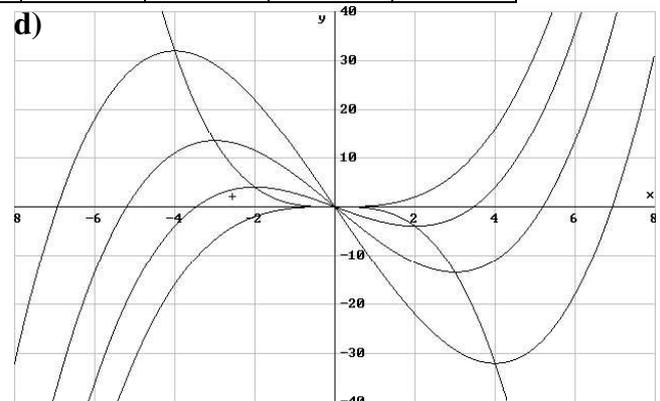
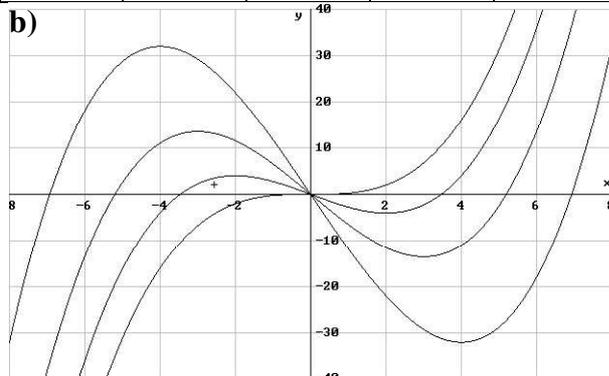
EP(0|0) und EP(2|-4a)

Wendepunkt: $f''(x)=0 \Leftrightarrow x=1$. $f(1)=-2a \Rightarrow$ WP(1|-2a)



Aufgabe 4: a)

	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f_0	-16	-27/4	-2	-1/4	0	1/4	2	27/4	16
f_1	-4	9/4	4	11/4	0	-11/4	-4	-9/4	4
$f_{1,5}$	11	27/2	23/2	13/2	0	-13/2	-23/2	-27/2	-11
f_2	32	117/4	22	47/4	0	-47/4	-22	-117/4	-32



c) $f_k(x)=0 \Leftrightarrow x(0,25x^2 - 3k^2)=0 \Leftrightarrow x=0$ oder $x = \pm\sqrt{12}k$

d) $f_k'(x)=0 \Leftrightarrow 3/4x^2-3k^2=0 \Leftrightarrow x^2 = 4k^2 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 2k$

$f_k''(-2k) = -3/2k < 0 \Rightarrow$ HP(-2k|f(-2k)).

$f_k(-2k) = -2k^3+6k^3 = 4k^3 \Rightarrow$ H(-2k|4k^3)

e) $x = -2k \Leftrightarrow k = -0,5x \Rightarrow y = 4*(-0,5x)^3 = -0,5x^3$

Zeichnung: siehe rechts.